

十二湖青池の呈色機構に関する研究 (第四報) : 青色呈色のシミュレーション

花石竜治 大坂直人¹ 知北和久²

十二湖青池の青色呈色のシミュレーションの方法およびその結果について報告する。水以外に呈色要因がなく、湖内における散乱光と湖底からの乱反射光が存在すると仮定して計算したところ、散乱光の寄与は乱反射光のそれに比べて無視でき、シミュレーションは、直達および散乱日射条件で、湖面の青色呈色を色調・明暗の不均一性とともによく再現した。さらに、湖面の定点での年間の暦日・時刻に関して呈色を示す「青池カラーチャート」を提案し、観測方位や最大水深の仮定の違いが青色呈色に与える影響を検討した。最後に、直達日射条件で湖面平均照度は午前中に極大となることを示した。

Key words: Simulation, Aoike Pond, Coloration, Absorption of light, Aoike color chart

1. 緒言

湖沼の呈色は、多くの陸水学者の関心を引く問題である。それに関与する因子として、湖内での光吸収および光散乱が挙げられ、Kirk¹⁾は、前者の構成要素を水そのものの光吸収、溶存態黄色物質、植物プランクトンおよび非生物粒状物質として分類した。また、Jerlov²⁾およびKirk¹⁾は水質の吸収スペクトルによりその光学的分類を行った。

水域の呈色の計算方法について、Jerlov²⁾はその教科書でスペクトルからのC.I.E.標準表色系の等色関数の方法による色調計算法を総括した。また、Kirk¹⁾はモンテ・カルロ法を挙げ、水中における光の挙動の考察の原理を述べている。

陸水において、水質の光吸収のうち水によるものだけを考えればよいという例は希ではあるが存在し、その美しい青色ゆえにアメリカ合衆国の国立公園にもなっているCrater湖が一例と指摘されている^{1), 3), 4)}。Smithらは、Crater湖における実測の上向き放射強度スペクトルから、等色関数の方法でCrater湖の青色色調を算出し、色度図上にプロットした⁴⁾。

さて、本論文で研究対象とする、青森県深浦町の世界自然遺産白神山地山麓に位置する十二湖青池(あおいけ、図1参照)は、「万年筆の青インクを水に落としたよう」と形容される青色を呈し、津軽国定公園にあって青森県西海岸の観光地の一

つとなっており、その青色の原因は未解明とされてきた⁵⁾。

国内の青色呈色を示す湖沼については高貝⁶⁾により総括されており、その例として、原因が鉱物粒子のアロフェンによる福島県の「五色沼」、火山性鉱物粒子のケイ酸アルミニウムの光散乱で青く見えると推定される北海道美瑛町の「青い池」が挙げられ、青森県深浦町の青池については透明度が極めて高いと指摘されている。

青池は最大水深8.8mかつ透明度が全透⁷⁾と報告されている。また水理的には湧水が湖水の供給源であり、その流量は、無風時に湖面上にさざ波が観察され、また、伏流して湧出する鶏頭場ノ池(けとばのいけ)の湖面を波立たせる程度であって、越口ノ池(こいくちのいけ)湖群の水源である⁸⁾とされる。

吉村⁹⁾は、青池の水温は夏季でも全層で約10℃で、溶存酸素は不飽和であると報告した。また、既往の水質調査¹⁰⁾⁻¹²⁾の中で、工藤らは¹¹⁾水質の特徴として、栄養塩類に関しては中栄養湖に分類されるが、クロロフィル-a濃度が極めて低いことを報告している。これらのことを上記の水理的現象と考え合わせれば、青池は湖水の滞留時間が短く、植物プランクトンが増殖できない条件となっていると推定される。また高松らは、青池の呈色機構について、水による光吸収を基調としレ

1 青森県原子力センター

2 北海道大学大学院 理学研究院 地球惑星科学部門・地球惑星ダイナミクス分野

イリー散乱が関与している¹³⁾とした。

筆者らが2016年度に水質調査を行った¹⁴⁾ところ、着色に寄与する金属類元素および無機陰イオンは検出されなかった。さらに2017年度には、可視光吸収スペクトル測定^{15), 16)}を行い、青池における可視領域の光吸収は水によるものに限るという結論に達した。

本論文で著者らは、青池は水による光吸収が際立つ例と考え、散乱光とともに湖底からの反射光

も呈色要因としての可能性があるかと推定した。Kirk¹⁾は、水底が浅い場合に上向き放射照度に水底からの反射の寄与があることを指摘している。

本研究は、青池について上述の因子を含めて呈色機構をシミュレーションにより解明することを目的とした。その結果、呈色のシミュレーション方法を確立し、それを適用して検討したので報告する。

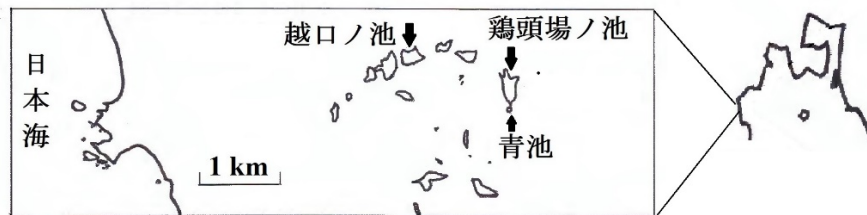


図1 青池の位置図

2. シミュレーションの理論構築の前提:「木漏れ日」観測から

2018年度の調査で、青池の湖面上にある木の枝から木漏れ日が青池に入射する画像を撮影できた。図2に2018年7月24日15:52に撮影した木漏れ日の画像を示す。



(a) 原図



(b) 原図からコントラストを増加し描画
図2 青池における「木漏れ日」の画像

図2のとおり、湖内で光の通過跡が認められ、これは、太陽光が湖内に入射して湖内で散乱光を

発していることを示した。その最後の場所が青白く光っており、これは湖底に十分な強さの光が届いたからであり、湖底における光反射の証拠であった。

筆者らは、これまで、青池湖水は懸濁物質(SS)が極めて低濃度であるという調査結果¹⁴⁾から、懸濁微粒子等による散乱光は無視できると考え、青池の青色呈色原因は水による光吸収によるもので、湖底からの反射によるという仮説を提唱¹⁴⁾し、かつそれを支持する分光学的測定結果を得ていた¹⁶⁾。

そして、2018年度は「木漏れ日」において湖底からの反射光を観測した。このことは従来仮説を支持する観測結果であった。しかし同時に、湖内光路に沿って散乱光も観測されたことから、湖内における光散乱の寄与も可能性として考慮する必要が生じた。

湖底における反射と湖内における光散乱は、青池における光挙動を考える上で主要なものであり、反射光だけを考慮した従来仮説を再検討する段階に至った。

3. シミュレーション理論

3.1 青池の呈色に関する条件

呈色のシミュレーションを行うにあたり、青池が一般的な池や湖沼と異なる点を挙げる。

1) 懸濁物や着色性の溶質が希薄であるということ。

- 2) 湖底の岩石が灰白色を呈する十二湖凝灰岩（新生代新第三紀中新世^{17)・19)}からなると推定され、湖底で光が反射される条件。
- 3) 湖盆形態が吉村ら⁸⁾の報告にある「漏斗型」をしているということ。

なお、青池は山の中の急峻な崖に囲まれた池であり、周囲に複数の観測点を設けることは困難である。物理現象のモデルには一般性が求められるが、本論文に記述した限られた観測条件を再現するパラメータを求められることを確認して、モデル化が達成されると判断する。

3.2 シミュレーションにおけるモデルおよび仮定

シミュレーションの考え方は次のとおりである。

- ① 青池の湖盆形態を回転放物面と近似する。
- ② 光の減衰は、湖内透過中の水の吸光係数²⁰⁾により波長依存の光吸収による減衰を受ける。また、波長に依存しない光散乱を受け、それにより光路進行方向での光強度が減衰を受ける。なお、湖面での入射時および射出時にフレネルの反射透過係数^{21)・23)}で波長によらず減衰するものとする。
- ③ 滑らかと仮定した湖底における反射光ベクトルは、内積を用いた反射光ベクトルの算出法により、また、湖面での屈折は、長谷川の光線屈折式²⁴⁾による。
- ④ 湖底における乱反射光を次のように仮定する。乱反射光の方向ベクトルは、滑らかと仮定した湖底における反射光ベクトルから派生するとし、乱反射光ベクトルの強度は、その反射光ベクトルへの正射影と仮定する。入射光をスペクトルに構造を持った直達日射光あるいは散乱日射光とし、湖内を透過し、白色的（波長によらず一定）と仮定された分光反射率を有する湖底で乱反射され、湖内を透過し、1回だけ反射した光が湖面から射出し観測点に届くと仮定する。観測点から見た湖底からの反射光は、湖底の各点からの寄与の面積素片の大きさにより重み付けした和とする。この面積素片に対応し、乱反射によって湖面上への面積素片の射影を得て観測点から見た立体角を計算する。
- ⑤ 湖内における光散乱は次のように仮定する。散乱が1回だけ起こると仮定する。湖底の面積素片の湖面への射影を大きさとして持つ点

を湖内の光散乱点として、離散的な散乱点を設定する。湖内の各散乱点からの寄与の和を、対応する湖底点における面積素片の大きさを射影した値で重み付けした和とする。この面積素片に対応し、観測点から見た立体角を計算する。

- ⑥ 直達日射のスペクトル強度は、北海道長沼町における NEDO（新エネルギー・産業技術総合開発機構）の観測結果²⁵⁾を集計した結果を用いる。
- ⑦ 散乱日射のスペクトル強度は、同じくこの北海道長沼町における測定結果²⁵⁾を集計した結果を用いる。この場合の全天からの放射の太陽高度・方位角依存性も、同じくこの集計結果を用いる。
- ⑧ 直達日射でも散乱日射でも、観測点に届く光の経路の中で、湖面上で射出する点を中心に、水平方向の二次元正規分布の強度分布を与えるものとする。

3.3 直達日射の場合の光強度の算出理論

3.3.1 計算の前提

高度 θ 、方位角 ϕ （北→東→南→西→北の向きに設定する。）の太陽光が入射する湖面上の点を $T_2(x_2, y_2, 0)$ とし、この光が回転放物面の湖底上の点 $T_1(x_1, y_1, z_1)$ で反射されるとする。

反射が乱反射として起きることを考慮するため、湖底の面積素片 ΔS において、滑らかな湖底を仮定して得た反射光ベクトルから派生する方向ベクトルが湖底での乱反射光の方向を与えるとする。

この乱反射光ベクトルの光線が湖面上の点 $T_3(x_3, y_3, 0)$ で射出されて、観測点 $H(-(r+w)\sin\eta, -(r+w)\cos\eta, h)$ に届くとする。ここで、 r は湖面の円の半径を、 w は湖岸から観測点までの水平方向の距離を、 η は展望台の方角で真西から真北方向への方位角を、 h は湖面から観測点までの高さをそれぞれ表す。

また、散乱光については、湖内の点 $T_4(x_n, y_n, z_n)$ から発せられ、立体角の強度因子を乗ぜられて湖面から射出し、観測点に届くものとする。散乱は水中の微粒子による光散乱によるものと考えており、季節などにより変動する因子と考える。散乱の効果により、湖水を通過する光の強度が白色的に（光の波長によらず）減衰し、また一部が転換し散乱光として放射されたと考え、散乱の強さに対する散乱による全立体角への散乱強度の割合である転換因子を想定する。

上記のモデルにより、湖底での乱反射については図 3(a) に示したフローで、散乱については図 3(b) で示したフローで計算を行った。図 4 に乱反

射の光路の概念図を、また図 5 には仮定した回転放物面モデルを示した。

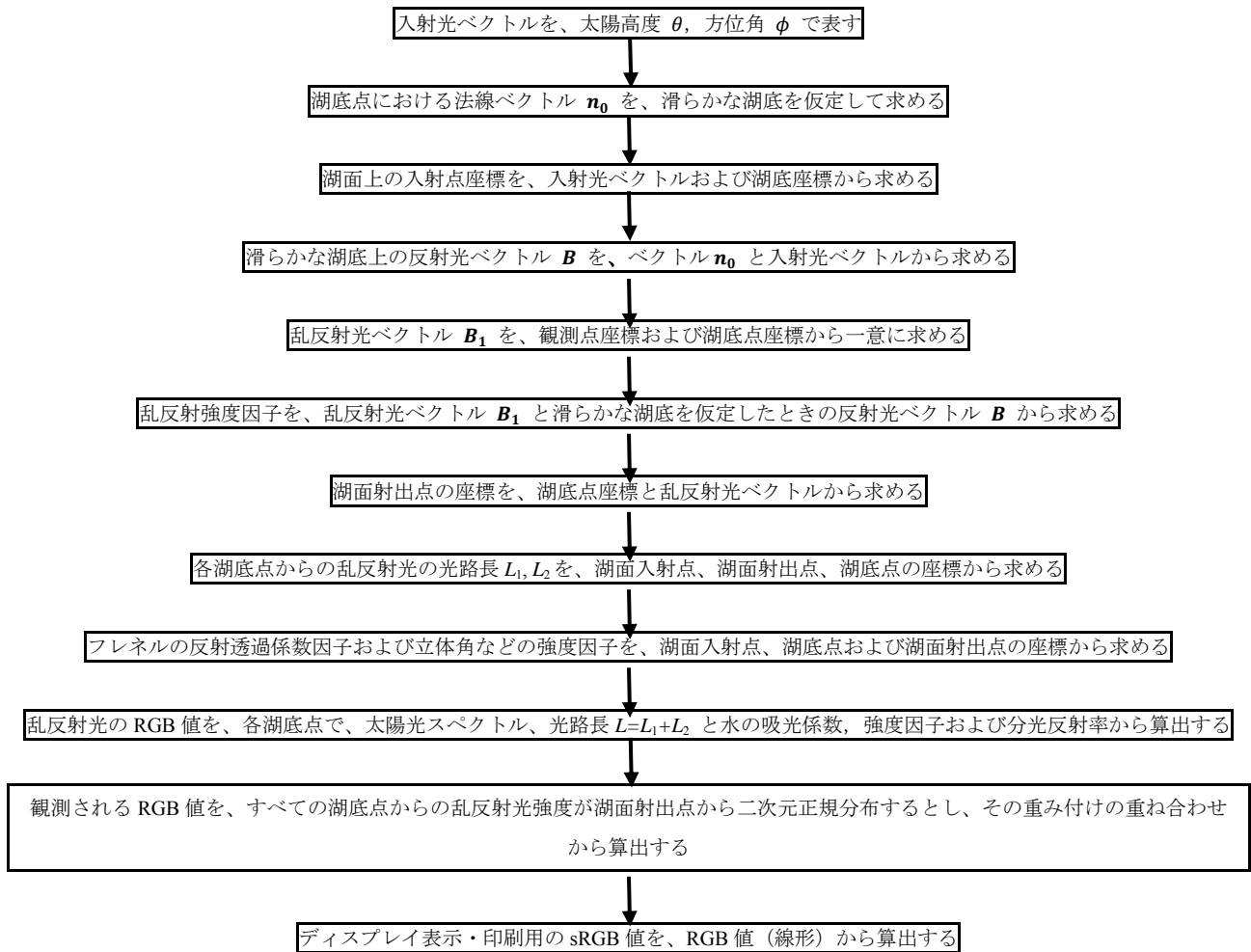


図 3(a) 青色呈色のシミュレーションのフロー。湖底での乱反射の場合

3.3.2 湖底における乱反射モデル

(1) 湖底における反射

図 5 の回転放物面の表面の表式は次式で表せる：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - (z + d) = 0$$

$$a = \frac{r}{\sqrt{d}}$$

点 $T_1(x_1, y_1, z_1)$ で回転放物面の表面に接する平面（接平面）の法線ベクトルは、半楕円球の内側を向くので、偏微分を用いて

$$\mathbf{n}' = (-2x_1, -2y_1, a^2)$$

これを規格化したベクトルを \mathbf{n}_0 とする。

(2) 光線屈折式による屈折の扱い²⁴⁾

「光線屈折式」（スネルの屈折の法則の三次元拡張版）をベクトルで表示した長谷川の式²⁴⁾を用いる。

太陽光が湖面に入射する方向の単位ベクトルを \mathbf{A}' とすると、 θ 、 ϕ を用いて次のように表せる。ここで前者は太陽高度の角度、後者は方位角であり、北 (0) → 東 → 南 (π) → 西 → 北の向きに取る。

$$\mathbf{A}' = (\cos\theta\cos\phi, -\cos\theta\sin\phi, -\sin\theta)$$

\mathbf{A}' の成分として長谷川の式により、湖面から水中（大気→水）へ入射した方向の単位ベクトル \mathbf{A}''

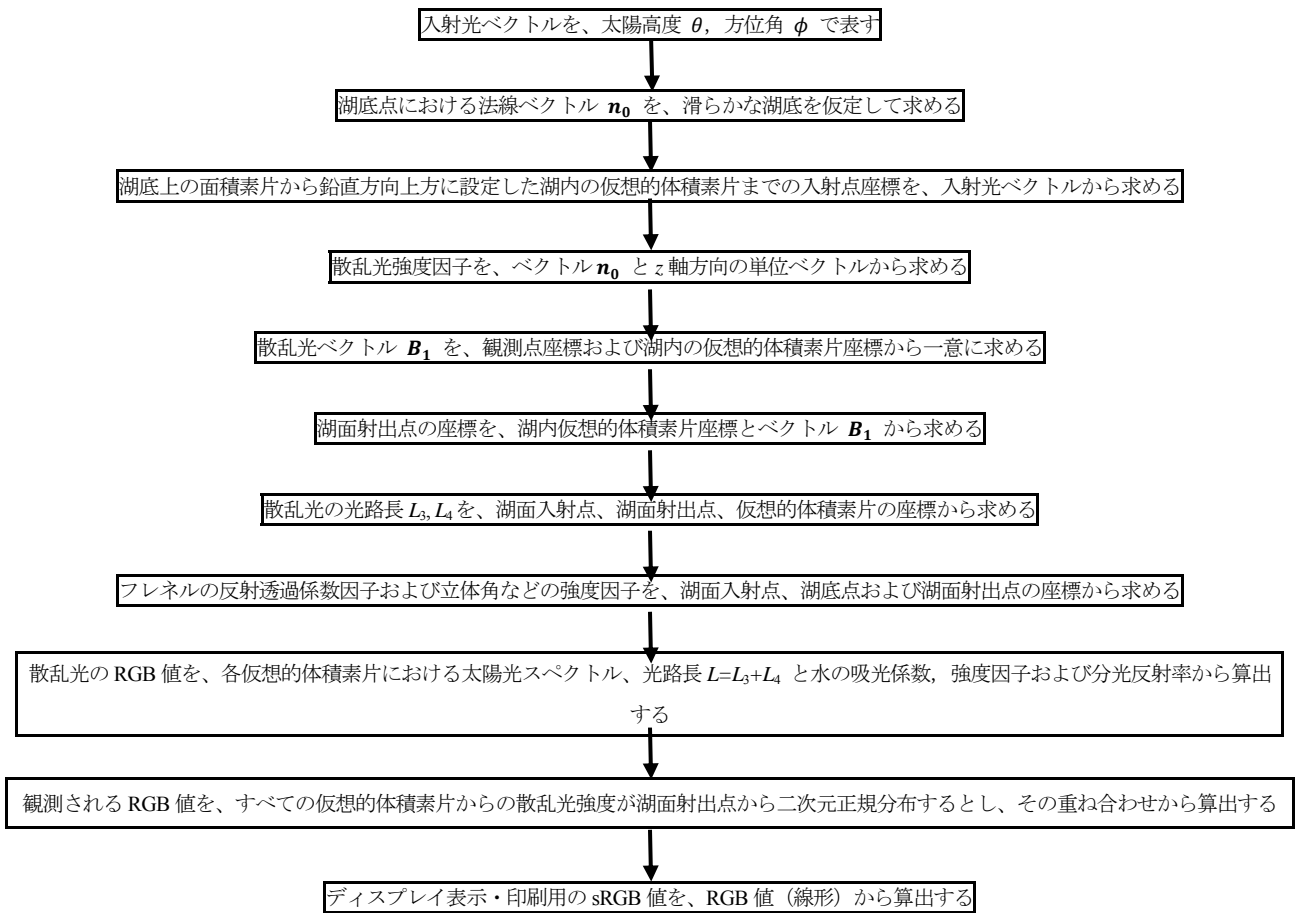


図 3(b) 青色呈色のシミュレーションのフロー。湖内における散乱光の場合

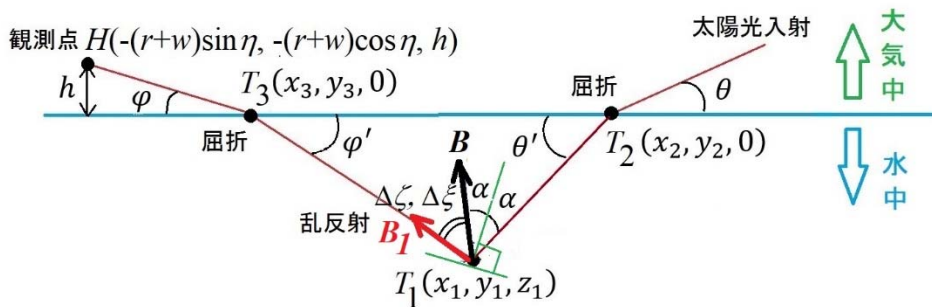


図 4 青池における乱反射光の光路の概念図

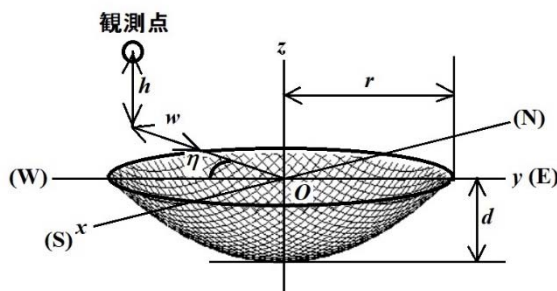


図 5 仮定した回転放物面モデル

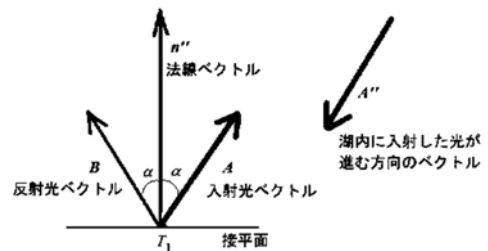


図 6 湖底での反射に関するベクトル図

を得る。ここで n_{12} は、空気に対する水の相対屈折率である。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}'' &= \left(\frac{\cos\theta\cos\phi}{n_{12}}, -\frac{\cos\theta\sin\phi}{n_{12}}, -\sqrt{1 - \frac{1}{n_{12}^2}\cos^2\theta} \right) \\ &:= (A_x, A_y, A_z) \end{aligned} \quad \dots(1)$$

次いで、 T_2 の座標に関する次の等式を得る。

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - \frac{z_1}{A_z} A_x \\ y_2 &= y_1 - \frac{z_1}{A_z} A_y \end{aligned}$$

(3) 湖底での反射の扱い

図 6 に示したように、ベクトル \mathbf{A}'' の逆ベクトル (以下「入射光ベクトル」という。) を \mathbf{A} とし、湖底上の点 $T_1(x_1, y_1, z_1)$ で反射した光が進む方向の単位ベクトル (以下「反射光ベクトル」という。) を \mathbf{B} とすると、入射光ベクトル \mathbf{A} は式 (1) により、

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= -\mathbf{A}'' \\ &= \left(-\frac{\cos\theta\cos\phi}{n_{12}}, \frac{\cos\theta\sin\phi}{n_{12}}, \sqrt{1 - \frac{1}{n_{12}^2}\cos^2\theta} \right) \end{aligned}$$

ベクトル \mathbf{A} と \mathbf{n}_0 のなす角を α とすると、ベクトルの内積を用いて、

$$\cos\alpha = \mathbf{A} \cdot \mathbf{n}_0$$

反射の法則により、 \mathbf{n}_0 を用いて \mathbf{n}'' を次式で表せる。

$$\mathbf{n}'' = (2\cos\alpha)\mathbf{n}_0$$

また、

$$\mathbf{n}'' = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

から次式が成り立つ。

$$\mathbf{B} = \mathbf{n}'' - \mathbf{A} = 2(\mathbf{A} \cdot \mathbf{n}_0)\mathbf{n}_0 - \mathbf{A}$$

(4) 粗度を持つ湖底での乱反射の考慮

乱反射光強度は乱反射光ベクトル \mathbf{B}_1 を決定し、この成分と、滑らかな湖面を仮定した反射光ベクトル \mathbf{B} の成分から、正射影による強度を求めることができる。

湖底点 $T_1(x_1, y_1, z_1)$ と湖面上の射出点 $T_3(x_3, y_3, 0)$ とから、乱反射光ベクトル $\mathbf{B}_1 = (b_{1x}, b_{1y}, b_{1z})$ との間に以下の等式が成り立つ。

$$\frac{x_3 - x_1}{b_{1x}} = \frac{y_3 - y_1}{b_{1y}} = \frac{-z_1}{b_{1z}} \quad \dots(2)$$

また、観測点 $T_4(x_4, y_4, z_4)$ とすると、

$$\begin{aligned} x_4 &= -(r+w)\sin\eta \\ y_4 &= -(r+w)\cos\eta \\ z_4 &= h \end{aligned}$$

であり、射出後の方向ベクトルから、

$$\frac{x_4 - x_3}{n_{12}b_{1x}} = \frac{y_4 - y_3}{n_{12}b_{1y}} = \frac{z_4}{n_{12}\sqrt{\frac{1}{n_{12}^2} - 1 + b_{1z}^2}} \quad \dots(3)$$

が成り立つ。式 (2)、式 (3) およびベクトル \mathbf{B}_1 の規格化条件から、

$$X = \sqrt{\frac{1}{n_{12}^2} - 1 + b_{1z}^2}$$

とすると、解くべき代数方程式は

$$\left[\left(X^2 - \frac{1}{n_{12}^2} \right) \left\{ X^2 (z_1^2 + z_4^2) + \left(1 - \frac{1}{n_{12}^2} \right) z_4^2 \right\} + X^2 \left(-\frac{1}{n_{12}^2} + X^2 + 1 \right) \{ (x_1 - x_4)^2 + (y_1 - y_4)^2 \} \right]^2 - 4X^2 \left(X^2 - \frac{1}{n_{12}^2} \right)^2 \left(-\frac{1}{n_{12}^2} + X^2 + 1 \right) z_1^2 z_4^2 = 0 \quad \dots(4)$$

方程式 (4) は、 X^2 についての四次方程式となる。その方程式の係数は、複雑すぎるのでここでは記述を略すが、数式処理ソフトにより計算コード内に記述し、数値的に求め、四次方程式を DKA 法により数値的に解く。解は正の実解で、これから $0 < b_{1z} \leq 1$ なる b_{1z} を得る。これと式 (2) および式 (3) から b_{1x}, b_{1y} を得て、乱反射光ベクトルを求める。

(5) 湖面からの射出における扱い (水→大気)

前項の扱いにより、湖面上の光射出点 $T_3(x_3, y_3, 0)$ に関する次の等式を得る。

$$x_3 = x_1 - \frac{z_1}{b_{1z}} b_{1x}$$

$$y_3 = y_1 - \frac{z_1}{b_{1z}} b_{1y}$$

(6) 光路長の計算

以下、光路長について、湖内への進入後から反射までの線分 T_1T_2 を L_1 、反射後から湖面での射出までの線分 T_1T_3 を L_2 とすると、 L_1, L_2 を次式で表せる。

$$L_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + z_1^2} = \frac{z_1}{Z}$$

$$L_2 = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + z_1^2} = -\frac{z_1}{b_{1z}}$$

(7) フレネルの反射透過係数の考慮

光の湖面への入射、湖面からの射出においては、すべて屈折するのではなく、光の角度に依存した因子で湖面で反射することによって、入射・射出光の光強度を減じる。この効果をフレネルの反射透過係数^{21)・23)}により考慮する。

(8) 光路の制限因子

寄与する光路に次なる 3 条件を課して制限を設ける。

① 湖底での反射で、観測点から見て逆方向の反射がないこと。

この条件は、 \mathbf{A} を入射光ベクトル、 \mathbf{B}_1 を乱反射光ベクトルとし、これらのなす角を γ とすると、条件が $\gamma < \pi/2$ であることから、

$$\cos\gamma = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}_1 \geq 0$$

となる。

② 滑らかな湖底を仮定したときの法線ベクトルと乱反射光ベクトルのなす角が $\pi/2$ 以下であること。

この条件は、法線ベクトルを \mathbf{n}_0 、なす角を κ とすると、

$$\cos\kappa = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{B}_1 \geq 0$$

となる。

③ 崖による光路制限

青池周囲は急峻な崖に覆われており、低高度の太陽光入射が制限される状況にある。

よって、数値計算上の仮定として、高さ $\xi = 10$ m、傾斜角 $\delta = 60^\circ$ の崖が湖岸を囲むとした。

以下、二つの場合分けを行い、崖の効果を計算に組み入れる。

(ア) 崖の角度 δ が太陽高度 θ よりも大きい場合

図 7 に様相を示す。

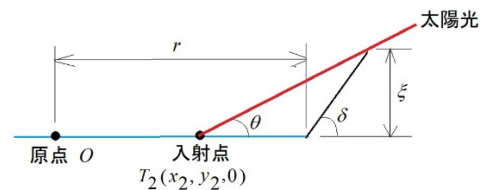


図 7 崖の角度が太陽高度よりも大きい場合の概念図

入射点と湖岸との距離は $r = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$ であり、湖岸と崖の最上方の動径方向の距離が $\xi/\tan\delta$ であるから、条件として次を満たす必要がある。

$$\frac{\xi}{r - \sqrt{x_2^2 + y_2^2} + \frac{\xi}{\tan\delta}} < \tan\theta$$

(イ) 崖の角度 δ が太陽高度 θ よりも小さい場合

図8に様相を示す。この場合には、 δ より大きい全ての θ について、無条件に入射することになる。

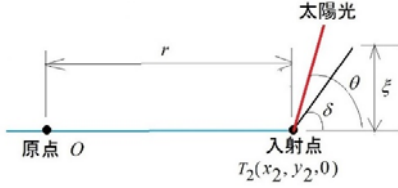


図8 崖の角度が太陽高度よりも小さい場合の概念図

(9) 観測点における光強度についての因子

図9に、湖底における反射光が観測されるまでの軌跡を示した。ここで、 ΔS は湖底における面積素片、 $\Delta S'$ はその水平面内への射影である。

ベクトルは \mathbf{n}_0 が面積素片 ΔS の法線ベクトル、 \mathbf{B}_1 が乱反射光ベクトル、 \mathbf{B}_2 がその湖面射出後の方向ベクトル、 \mathbf{k} が z 軸方向の単位ベクトルである。

また角度は、 θ が \mathbf{n}_0 と \mathbf{B}_1 のなす角、 θ' が \mathbf{k} と \mathbf{n}_0 のなす角、 ϕ が \mathbf{B}_2 と \mathbf{k} のなす角、 θ''' が \mathbf{n}_0 と入射光ベクトル \mathbf{A} のなす角である。これらの角度は、これら単位ベクトルの成分を用いた内積表示から求めることができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= (b_{1x}, b_{1y}, b_{1z}) \\ \mathbf{B}_2 &= \left(n_{12}b_{1x}, n_{12}b_{1y}, n_{12} \sqrt{\frac{1}{n_{12}^2} - 1 + b_{1z}^2} \right) \end{aligned} \quad \dots(5)$$

角度とベクトルの関係は、以下に示すとおりである (図9参照)。

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{B}_1 \\ \cos\theta' &= \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{k} \\ \cos\phi &= \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{k} \\ \cos\theta''' &= \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{A} \end{aligned} \quad \dots(6)$$

湖面での入射および射出に関して、フレネルの反射透過係数をそれぞれ $D(\theta, \theta')$ 、 $D(\varphi', \varphi)$ (無次元) (図4参照) と仮定し、光線の強度因子を求める。

また、波長 λ_i における分光反射率 $\rho(\lambda_i)$ ($0 \leq \rho(\lambda_i) \leq 1$, 無次元) が白色的で、

$$\rho = \rho(\lambda_i)$$

であると仮定する。

湖底の面積素片に入射する太陽光は平行光線であるから、湖面上の射出点において湖底での面積素片を水平面に投影した $\Delta S'$ までは、平行光線の挙動となる。

湖面射出以後について幾何光学の考察を行う。文献²⁶⁾により、光束がなす立体角およびフレネルの反射透過係数、面積素片の補正による因子 ΔQ_R を考慮する。

$$\Delta Q_R = \frac{\Delta S \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta'''}{R^2 \cos\theta'} D(\theta, \theta') D(\varphi', \varphi) \rho \quad \dots(7)$$

ここで、 R は、湖面上の面積素片の投影 $\Delta S'$ から観測点までの距離であり、

$$R = \sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2 + z_4^2}$$

また、式(7)においては、両辺の次元は [立体角] となる。

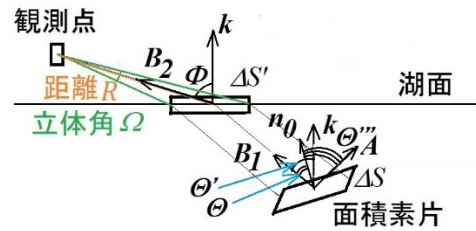


図9 湖底における乱反射を考える場合の面積素片

(10) 乱反射強度の考慮

項3.3.2(3)で考察した滑らかな湖底を仮定して得た反射光ベクトルを $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ とする。また、乱反射光 $\mathbf{B}_1 = (b_{1x}, b_{1y}, b_{1z})$ とする。強度因子は、乱反射光ベクトルの反射光ベクトルへの正射影と考える。これはベクトルの内積の式から求める

ことができる。求める強度因子 T は無次元で、

$$T = \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_1 = B_x b_{1x} + B_y b_{1y} + B_z b_{1z}$$

となり、乗算因子となる。

(11) 面積素片の媒介変数表示

回転放物面の湖底点 $T_1(x_1, y_1, z_1)$ の直交座標を媒介変数表示すると、

$$\begin{aligned} x_1 &= r t \cos \psi \\ y_1 &= r t \sin \psi \\ z_1 &= d(t^2 - 1) \end{aligned}$$

ここで、 $0 \leq \psi < 2\pi$ 、 $0 \leq t \leq 1$ である。湖底の面積素片 ΔS は、ヤコビアンおよび二重積分の面積分への変換を求めると

$$\Delta S = \sqrt{r^2 + 4d^2 t^2} r t \Delta \psi \Delta t \quad \dots(8)$$

となる。

3.3.3 水中での光散乱モデル

(1) 散乱点設定のための仮想的な湖底の面積素片

図 10 に、散乱点を考える場合の概念図を示した。

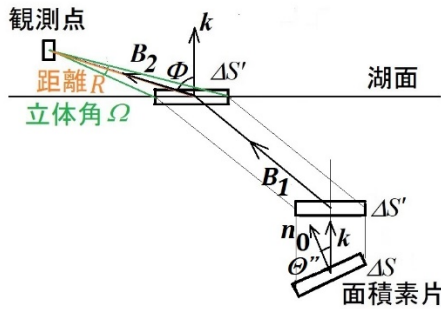


図 10 湖内における光散乱を考える場合の面積素片

仮想的な湖底の面積素片 ΔS から鉛直方向上方に水平面へ射影した面積素片 $\Delta S'$ を考えると

$$\begin{aligned} \Delta S' &= \Delta S \cdot \cos \theta'' \\ \cos \theta'' &= \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{k} \end{aligned}$$

であり、ベクトルの意味は式 (6) と同じである。

湖内における面積素片の直交座標を $T_4(x_n, y_n, z_n)$ とすると、対応する湖底の座標

(x_1, y_1, z_1) から、湖底での面積素片の式を得る。ここで、

$$\begin{aligned} x_n &= x_1 \\ y_n &= y_1 \end{aligned}$$

である。

湖内での光散乱の場合には、湖底からの乱反射の場合に比べて、面積素片に乗ぜられる因子が変わる。フレネルの反射透過係数を $D(\theta, \theta')$ 、 $D(\varphi', \varphi)$ と仮定し、光線の強度を求める。湖底の面積素片に入射する太陽光は平行光線であるから、湖面上の射出点において湖底での面積素片を水平面に投影した $\Delta S'$ までは、平行光線の挙動となる。

湖面射出以後について幾何光学の考察を行う。文献²⁶⁾により、強度因子 ΔQ_s を考慮する。

$$\Delta Q_s = \frac{\Delta S \cdot \cos \theta'' \cdot \cos \phi}{R^2} D(\theta, \theta') D(\varphi', \varphi)$$

他の記号の意味は、式 (7) と同じである。 $\Delta S' = \Delta x \Delta y$ であり、鉛直方向の座標区間 Δz から、湖内水中における体積素片は $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ であり、体積素片に対応した面積素片の補正による因子は $\Delta Q'_s = \Delta Q_s \Delta z$ となる。よって

$$\Delta Q'_s = \frac{\Delta S \cdot \cos \theta'' \cdot \cos \phi}{R^2} D(\theta, \theta') D(\varphi', \varphi) \Delta z \quad \dots(9)$$

上式で、 $\Delta Q'_s$ の次元は [立体角][長さ] である。

(2) 散乱による湖内における光量の指数関数的減衰と転換因子による散乱光強度

湖水中の微粒子による白色的光散乱の効果で、光路長に対して指数関数的に光強度が減衰すると仮定する。今、湖面入射点から散乱点までの光路長を L_3 、散乱点から湖面射出点までの光路長を L_4 とする。

光路長について、湖内への進入後から散乱点までの線分 $T_1 T_4$ を L_3 、散乱点から湖面での射出までの線分 $T_4 T_3$ を L_4 とすると、 L_3, L_4 は次式で表せる。

$$L_3 = \sqrt{(x_2 - x_n)^2 + (y_2 - y_n)^2 + z_n^2}$$

$$L_4 = \sqrt{(x_3 - x_n)^2 + (y_3 - y_n)^2 + z_n^2}$$

散乱による減衰の因子 S は、光の波長 λ_i において、この光路長を透過する水の光吸収の効果（吸光係数 $A(\lambda_i)$ ）も含み、

$$S \propto \exp\{-(L_3 + L_4)k\} \exp\{-(L_3 + L_4)A(\lambda_i)\}$$

ここで、パラメータ k は散乱強度因子である。散乱光が散乱による減衰の因子から転換因子 U （無次元、 $0 \leq U \leq 1$ ）により、放射されると仮定する。散乱光は全立体角に放射されるが、放射源と考えている体積素片 $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ から、湖面上に射影された面積素片への放射強度は、減衰の因子に乗ずる転換因子 U により決まると考える。以上から散乱光強度因子は次式で与えられる。

$$S = U \cdot \exp\{-(L_3 + L_4)k\} \exp\{-(L_3 + L_4)A(\lambda_i)\}$$

上記 S は無次元である。

3.3.4 光強度の算出

(1) 湖底における乱反射による光強度の算出

光路長 $L = L_1 + L_2$ は太陽高度と方位角、湖底点の座標 $T_1(x_1, y_1, z_1)$ に依存する。

$$P_R(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) = \beta K_m f(\lambda_i) T \Delta Q_R / \Omega \cdot \exp\{-(L_1 + L_2)k\} \exp\{-(L_1 + L_2)A(\lambda_i)\} \quad \dots(10)$$

$$P_S''(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) = \beta K_m f(\lambda_i) \Delta Q_S' U / \Omega \cdot \exp\{-(L_3 + L_4)k\} \exp\{-(L_3 + L_4)A(\lambda_i)\} \quad \dots(11)$$

(3) 両方の寄与の考慮

式 (10) のうち $T, \Delta z$ は設定値から導き出せるが、湖底反射率 ρ および散乱での変換係数 U はパラメータの走査で決定することになる。また、式 (7) および式 (9) のうち、前者は次元が [立体角] であるが、後者は次元が [立体角][長さ] になっている。よって、式 (9) に次元が [長さ]⁻¹ の定数 $M = 1 \text{ m}^{-1}$ を乗じ、二式の次元を一致させる。これにより、式 (9) から次を得る。

$$\Delta Q_S' M = \frac{\Delta S \cdot \cos \theta'' \cdot \cos \Phi}{R^2} D(\theta, \theta') D(\varphi', \varphi) \Delta z M$$

$$\begin{aligned} & P_R(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\ &= \beta K_m f(\lambda_i) T \frac{\Delta S \cdot \cos \theta \cdot \cos \Phi \cdot \cos \theta'''}{R^2 \cos \theta'} D(\theta_j, \theta_j') D(\varphi_{jk}', \varphi_{jk}) \cdot \frac{\rho}{\Omega} \cdot \exp\{-(L_1 + L_2)k\} \exp\{-(L_1 + L_2)A(\lambda_i)\} \\ &:= \beta P_R'(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \end{aligned} \quad \dots(13)$$

式 (10) のとおり、観測点に到達する光強度 $P_R(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ は、離散的に取った波長 λ_i 、太陽高度 θ_j 、方位角 ϕ_k 、水の吸光係数 $A(\lambda_i)$ （次元：[長さ]⁻¹）と光路長 L 、直達日射時の光強度 $f(\lambda_i)$ （次元：[仕事率][面積]⁻¹[波長]⁻¹）、フレネルの反射透過係数および観測時の立体角の効果、面積素片の補正を考慮した ΔQ_R （次元：[立体角]）の因子を含み、表される。パラメータ $K_m = 683 \text{ lm/W}$ （次元：[光束][仕事率]⁻¹）は放射量から測光量への変換係数である。 Ω を観測点から見た全湖面の立体角とする。全体的な乗算因子は β （次元：[照度]⁻¹）である。

(2) 湖内における光散乱による光強度の算出

式 (11) のとおり観測点に到達する光強度 $P_S''(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ （次元：[波長]⁻¹[長さ]）は、湖底における乱反射を考えたときと同様に、光路長 $L = L_3 + L_4$ 、散乱光強度因子 S （無次元）および面積素片の補正を考慮した $\Delta Q_S'$ （次元：[立体角][長さ]）の因子を含み、表される。 Ω を観測点から見た全湖面の立体角とする。全体的な乗算因子は β （次元：[照度]⁻¹）である。

さて、式 (10) および (11) において、共通の乗算因子 β があることから、

$$Reffac = \frac{\rho}{U} \quad \dots(12)$$

で定義される因子（無次元）を定義し、以下の式で光強度式 (10) および式 (11) を書き直す。

$$\begin{aligned}
& P_S(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&= \beta K_m f(\lambda_i) \frac{\Delta S \cdot \cos\theta'' \cdot \cos\phi}{R^2} D(\theta_j, \theta_j') D(\phi_{jk}', \phi_{jk}) \Delta z M \cdot \frac{\rho}{Reffac \cdot \Omega} \cdot \exp\{-(L_3 + L_4)k\} \exp\{-(L_3 + L_4)A(\lambda_i)\} \\
&:= \beta P_S'(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)
\end{aligned} \tag{14}$$

ここで、 $P_R'(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ および $P_S'(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ は次元が [照度][波長]¹ である。

以上により、湖底における乱反射および湖内における光散乱の効果の双方を考慮した観測される光強度の式として次式（次元：[波長]¹）を得る。

$$\begin{aligned}
& P(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&= P_R(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) + P_S(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&= \beta P_R'(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&\quad + \beta P_S'(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
& P(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&= P_R(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&= \beta K_m f(\lambda_i) T \frac{\Delta S \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta'''}{R^2 \cos\theta'} D(\theta_j, \theta_j') D(\phi_{jk}', \phi_{jk}) \cdot \frac{\rho}{\Omega} \cdot \exp\{-(L_1 + L_2)k\} \exp\{-(L_1 + L_2)A(\lambda_i)\}
\end{aligned} \tag{17}$$

となる。

なお、前段で、次元が [長さ]¹ のパラメータ M を定義し使用した。式 (13) および (14) を比較し、また、式 (16) から明らかなように、これは $Reffac$ と随伴する因子であり、パラメータ決定のときに、 $Reffac/M$ （次元：[長さ]）として決められ、 $M = 1 \text{ m}^{-1}$ から $Reffac$ を逆算していることに相当する。

3.3.5 太陽光照度の呈色計算への取り込み

直達日射の場合の太陽光放射量の考慮は、太陽光放射量 $f(\lambda_i)$ （次元：[仕事率][面積]¹[波長]¹）、等色関数 $\bar{y}(\lambda_i)$ （無次元）および測光量への変換係数 $K_m = 683 \text{ lm/W}$ から照度計算値 $E_{0,fine}$ （次元：[照度]）を式 (18) により求め、これと照度設定値 E （次元：[照度]）から得た β （次元：[照度]¹）が光強度を表す式 (13)、(14)、(17) に含まれる。

$$E_{0,fine} = \sum_{\lambda_i} K_m f(\lambda_i) \bar{y}(\lambda_i) \Delta \lambda$$

式 (15) で、湖内における光散乱の寄与が、湖底における乱反射に比べて無視できる場合、すなわち

$$\frac{\cos\theta \cdot \cos\theta'''}{\cos\theta'} \cdot T \gg \Delta z M \frac{\cos\theta''}{Reffac} \tag{16}$$

のとき第二項が無視でき、

$$\beta = \beta_0 \frac{E}{E_{0,fine}} \tag{18}$$

上記で β_0 （次元：[照度]¹）は、スケーリングファクターを含む因子となる。これは画像解析で決定する。

3.3.6 湖面上の色調・濃淡の分布の考慮

次に、湖内透過光強度 $P(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ と等色関数 $\bar{x}(\lambda_i)$ 、 $\bar{y}(\lambda_i)$ 、 $\bar{z}(\lambda_i)$ （無次元）との積の波長についての積分を、文献²⁷⁾ 掲載の等色関数値で離散的に行い、三刺激値 XYZ （無次元）を求め

$$\begin{aligned}
& X(\theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
&= \sum_{\lambda_i} \bar{x}(\lambda_i) P_R(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \Delta \lambda
\end{aligned}$$

Y 、 Z についても同様である。

このようにして求めた三刺激値 XYZ から、線形変換²⁸⁾ によって RGB 値 $R(\theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ 、

$G(\theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ 、 $B(\theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1)$ (無次元) を算出する。

さて、光路長を求める際には、観測点に到達する光の湖面上における射出点の離散的座標 T_3 も取り扱う。ここで、 T_3 の x および y 座標が湖底点座標の関数であり、さらにこれらが媒介変数 ψ 、 t の関数であることを明示し、 $x_3(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)$ 、 $y_3(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)$ と記述する。また RGB 値もこれ

$$R(\theta_j, \phi_k, x, y) = \sum_{\psi_1} \sum_{t_1} R(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1) \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{\{x - x_3(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)\}^2 + \{y - y_3(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)\}^2}{2\sigma^2} \right]$$

緑、青についても同様である。

ここまでで求めた RGB 値は次元が [長さ]² である。実際の青池画像を解析して得たパラメータにより、上記の RGB 値を求める。また実際は、青池湖面上に 1 m × 1 m の単位面積区間のメッシュを切るので、湖面上の平均照度は、上記 $R(\theta_j, \phi_k, x, y)$ などを β_0 (次元: [照度]⁻¹) で除算して、次元を [照度][長さ]²=[照度][面積]⁻¹ とし、湖面上の単位面積区間で和を取り求める (次元: [照度]) ことができる。

最後にこの (線形) RGB 値から、JIS の規定にしたがって、sRGB 値に変換し、色の表示を行う。

3.4 散乱日射²⁹⁾⁻³³⁾ の場合の光強度の算出理論

基本的には、太陽高度および方位角で定まる光路長、散乱日射強度、およびそれらから定まる色調と

らの媒介変数で表記し、 $R(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)$ 、 $G(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)$ 、 $B(\theta_j, \phi_k, \psi_1, t_1)$ とする。このとき、湖面上の座標 (x, y) において、 T_3 を中心として光が標準偏差 σ で二次元正規分布をし、考える光路の湖面における光強度が重ね合わせで寄与すると仮定する。例えば、赤色光強度 $R(\theta_j, \phi_k, x, y)$ (次元: [長さ]²) は次のように表す。

色の明暗を表す RGB 値を、離散的に取った θ_j 、 ϕ_k に関して和を取り表す。

散乱日射の場合の光強度 $c(\lambda_i)$ (次元: [仕事率][面積]⁻¹[波長]⁻¹) と、散乱光強度因子 $cint(\theta_j, \phi_k)$ (無次元) を

$$cint(\theta_j, \phi_k) = \sin\theta_j(a\phi_k^2 + b\phi_k + c) \quad \dots(19)$$

と仮定する。ここで a, b, c はパラメータであり、方位角 ϕ_k は、北 (0) → 東 → 南 (π) → 西の、天頂から見て時計回りの角度である。また、湖底における乱反射および湖内における光散乱の寄与を考慮し、観測点に到達する光強度 (次元: [波長]⁻¹) を、式 (13)、(14) にならひ、 $c(\lambda_i)$ を散乱日射の場合の太陽光強度として、次式のとおり表す。

$$\begin{aligned} & P_{cloudy}(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\ &= P_{R,cloudy}(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) + P_{S,cloudy}(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\ &= \beta K_m c(\lambda_i) cint(\theta_j, \phi_k) T \frac{\Delta S \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta'''}{R^2 \cos\theta'} D(\theta_j, \theta_j') D(\phi_{jk}', \phi_{jk}) \cdot \rho / \Omega \\ & \quad \cdot \exp\{-(L_1 + L_2)k\} \exp\{-(L_1 + L_2)A(\lambda_i)\} \\ & \quad + \beta K_m c(\lambda_i) cint(\theta_j, \phi_k) \frac{\Delta S \cdot \cos\theta'' \cdot \cos\phi}{R^2} D(\theta_j, \theta_j') D(\phi_{jk}', \phi_{jk}) \Delta z M \frac{\rho}{Reffac \cdot \Omega} \\ & \quad \cdot \exp\{-(L_3 + L_4)k\} \exp\{-(L_3 + L_4)A(\lambda_i)\} \end{aligned} \quad \dots(20)$$

式 (20) を等色関数との積をとり波長についての積分により三刺激値 XYZ を得て、線形変換で RGB 表色系に移行し、 θ_j, ϕ_k の組み合わせで、湖面上の点 (x, y) における、次元が [長さ]² の RGB 値 $R'(\theta_j, \phi_k, x, y)$ 、 $G'(\theta_j, \phi_k, x, y)$ 、 $B'(\theta_j, \phi_k, x, y)$

を求める。

ここで、式 (20) で、湖内における光散乱の寄与が、湖底における乱反射に比べて無視できる場合、第二項が無視でき、

$$\begin{aligned}
& P_{cloudy}(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
& = P_{R,cloudy}(\lambda_i, \theta_j, \phi_k, x_1, y_1, z_1) \\
& = \beta K_m c(\lambda_i) c_{int}(\theta_j, \phi_k) T \frac{\Delta S \cdot \cos\theta \cdot \cos\Phi \cdot \cos\theta'''}{R^2 \cos\theta'} D(\theta_j, \theta_j') D(\phi_j', \phi_{jk}) \cdot \rho / \Omega \\
& \quad \cdot \exp\{-(L_1 + L_2)k\} \exp\{-(L_1 + L_2)A(\lambda_i)\}
\end{aligned} \tag{21}$$

となる。

これを全天で考慮するために、次式のとおり和を取り、散乱日射による次元が [長さ]² の RGB 値である $R''(x, y)$ 、 $G''(x, y)$ 、 $B''(x, y)$ を求める。

$$R''(x, y) = \frac{1}{n_\theta n_\phi} \sum_{\theta_j} \sum_{\phi_k} R'(\theta_j, \phi_k, x, y)$$

緑と青も同様である。ここで n_θ は太陽高度の角度の刻み数、 n_ϕ は太陽方位角の角度の刻み数である。直達日射の場合と同様に、最後に sRGB 値を求める。

散乱日射の場合の太陽光放射量の考慮は、太陽光放射量 $c(\lambda_i)$ 、等色関数 $\bar{y}(\lambda_i)$ および測光量への変換係数 $K_m = 683 \text{ lm/W}$ から照度計算値 $E_{0,cloudy}$ (次元: [照度]) を式 (22) により求め、これと照度設定値 E から得た β が光強度を表す式 (20)、(21) に含まれる。

$$\begin{aligned}
E_{0,cloudy} & = \sum_{\lambda_i} K_m c(\lambda_i) \bar{y}(\lambda_i) \Delta\lambda \\
\beta & = \beta_0 \frac{E}{E_{0,cloudy}}
\end{aligned} \tag{22}$$

ここまでで求めた RGB 値は次元が [長さ]² である。実際の青池画像を解析して得たパラメータにより、上記の RGB 値を求める。また実際は、青池湖面上に $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ の単位面積区間のメッシュを切るので、湖面上の平均照度は、上記 $R''(x, y)$ などを β_0 (次元: [照度]⁻¹) で除算して、次元を [照度][長さ]²=[照度][面積]⁻¹ とし、湖面上の単位面積区間で和を取り求める (次元: [照度]) ことができる。

最後にこの (線形) RGB 値から、JIS の規定にしたがって、sRGB 値に変換し、色の表示を行う。

4. 計算方法

4.1 「木漏れ日」解析

「木漏れ日」の画像の解析方法の概略を以下に示す。なお、解析に供すべき画素の RGB 値はこれら 3 種の色値があるが、B 値だけを解析した。G 値を省いたのは、バックグラウンドで G 値が大きく、真度の偏りが解析に影響を与えることが想定されたからである。

- ① デジタルカメラ画像から、木漏れ日の湖面上射出点の座標を計算する。
- ② (木漏れ日射出点座標) 観測位置の方位角 (真西からの偏角) からの逆回転により、湖面上射出点の座標を絶対座標系 (南: +x 軸、東: +y 軸) で表す。
- ③ 日時から太陽光の高度・方位角を計算する。
- ④ (入射方向ベクトル) ③により、青池湖内に入射する木漏れ日の方向ベクトルを求める。
- ⑤ デジタルカメラ画像から、湖底からの光射出点の湖面上の座標を計算する。
- ⑥ (反射光射出点座標) ②と同様に、⑤を絶対座標系で表す。
- ⑦ 観測位置と⑥から、乱反射後の湖面から射出後の光の方向ベクトルを求める。
- ⑧ (反射光方向ベクトル) ⑦から湖面射出前の光 (乱反射光) の方向ベクトルを求める。
- ⑨ (湖底点座標) ⑥で求めた木漏れ日の反射光の湖面上の射出点座標と⑧で求めた方向ベクトルから、回転放物面上の湖底点座標の二次方程式を解き、湖底点座標を決定する。
- ⑩ (散乱光放射点座標) ここでは、入射後光線の直線と射出前光線の直線の交点である散乱光放射点座標を求める。光入射点の座標を⑨の湖底点座標と④の入射光の方向ベクトルから求め、光入射点の座標と入射光方向ベクトルの媒介変数表示と、光射出点の座標②と散乱光の方向ベクトルの媒介変数表示から、通過点座標 (湖面射出点) を同時に満たす座標を求める。未知変数である、方向ベクトルに乗せられる媒介変数 (二つ) で、3 本の overdetermined な連立一次方程式を、行列の特異値分解により最小二乗解

として求める。この解（媒介変数）から、二直線の交点である散乱光放射点の座標を決定する。

- ⑩ ⑩の散乱光放射点と反射光方向ベクトルから、木漏れ日入射点を決定する。
- ⑪ （光路長および散乱強度の計算）⑪木漏れ日入射点座標、⑩散乱光放射点座標および②木漏れ日射出点座標から、木漏れ日を与える光の光路長を決定する。

上記の方法により、光散乱強度因子（項 3.3.3 における k ）を決定できる。

4.2 青池画像の呈色分布解析と呈色の再現

青池の観測地点において、デジタルカメラ（Panasonic 社 DMC-LZ5）により湖面の画像を撮影した。その設定のうち、絞り、露出時間、ISO 感度が重要と考えられた。

本研究では、まず、直達日射時の撮影で得た画像を、上記 3 点の感度自動調整値から補正して標準化³³⁾し、比較可能な情報にした。次いで、湖面最奥部と展望台の定点の画像における位置から、位置を決定し、その周囲の色情報から、湖面における座標を計算し（<付録>参照）、その RGB 値を表計算ソフト用ファイルの情報として記述した。共通因子 β_0 、 σ 、 k および q と U の比 $Reffac$ を独立変数として、GB 値を従属変数とする最適化を行い、これら独立変数の値を決定した。

また、湖内光散乱が湖底における乱反射に比べてその寄与が無視できる場合、 β_0 、 σ 、 k を独立変数として、GB 値を従属変数とする最適化を行い、これら独立変数の値を決定した。

4.3 直達日射と散乱日射

4.3.1 直達および散乱日射の太陽光強度スペクトル

NEDO²⁵⁾による北海道長沼町における 10 分間毎の太陽光の測定結果を集計して、直達および散乱日射²⁹⁾³²⁾のスペクトル強度および太陽高度・方位角依存性を得た。

直達日射については花石ら¹⁶⁾によった。

$$\text{輝度} \propto \frac{1}{\beta_0} \{0.2126 \cdot R(\theta_j, \phi_k, x, y) + 0.7152 \cdot G(\theta_j, \phi_k, x, y) + 0.0722 \cdot B(\theta_j, \phi_k, x, y)\}$$

…(23)

4.3.4 シミュレーションに用いた日射強度の測定

青池湖岸は切り立った崖に囲まれ、日射の測定が

散乱日射は、1 年の中の各月で最も散乱比が高かったデータを用い、前述の直達日射のスペクトル評価法と同様に、12 か月のスペクトルを求めた。

直達および散乱日射について、各月の光強度を、太陽高度を θ として、 $\sin\theta$ で除した強度について、550 nm における光強度で規格化し算術平均を取り、その後、因子を乗じて、シミュレーションに用いたスペクトル強度とした。

4.3.2 散乱日射の呈色計算への取り込み

NEDO による北海道長沼町における 2012 年の 1 ヶ月毎の 10 分間毎 (31 日ならば 4146 個のデータ) の気象データとしての水平面日射強度および直達日射強度から、直達日射強度がゼロの場合の水平面日射強度 (散乱日射強度) を日時とともに 1 年分抽出し (9716 個のデータ)、集計した。

データの集計では、まず、散乱日射強度を $\sin\theta$ で除し、商 x を得て、それらから算術平均値 μ と標準偏差 s を求め、 $x < \mu - 2s$ あるいは $x > \mu + 2s$ のデータを棄却し、残ったデータから再度、算術平均値 μ と標準偏差 s を求め、 $x < \mu - 2s$ あるいは $x > \mu + 2s$ のデータを棄却してデータとした。その上で、 $x' = x/\mu$ の相対値について、二次多項式による最小二乗法を行い、式 (19) の二次式の係数 a, b, c を得た。

4.3.3 散乱日射の場合の湖面の呈色計算

直達日射の計算では、湖底点からの乱反射光および湖内に想定した散乱点からの散乱光が湖面に分布し、重ね合わせで呈色を表現できたが、散乱日射の場合は、さらにそれらの重ね合わせで呈色を表現する必要がある。

RGB 表色系での呈色を考えると、湖面の同じ面積区間 (水平面区間) に輝度の異なる光強度が存在した場合、輝度の高い方の光をその区間の呈色とする計算を行った。この場合の輝度とは、RGB 表色系から XYZ 表色系に移行した際の Y 値に比例し、次式で表される²⁸⁾。

不可能であったので、上空の見通しの良い物産館 (青池より約 0.5 km 北) で直近に測定した値を用

いた。光度計は Zhangzhou WeiHua Electronic 社 LX-1010B を用いた。

4.4 「青池カラーチャート」の描画

以上の知見により、縦軸に月日、横軸に時刻を配し、それらの座標である日時における青池の呈色をプロットした「青池カラーチャート」を描画した。日時からの太陽高度・方位角の算出は上述のとおり赤坂の式³⁴⁾で行った。なお、青池カラーチャートは、見かけの湖面中央であるパースの円の楕円の中央に近い点 $(x, y) = (0, -3.85 \text{ m})$ (展望台からの眺望として回転済みの平面座標値)での値をプロットした。

5. 結果

5.1 直達日射と散乱日射の場合の太陽光強度スペクトル

散乱日射の光強度スペクトルを算出するために、1年の中の各月で最も散乱比が高かったデータで1本のスペクトルを抽出し、太陽高度を θ としたときの $\sin\theta$ での除算の補正を行い、スペクトルを得て、図11に示した。表1に散乱日射として採用した日時等のデータを示した。

散乱日射の光強度スペクトルは、強度の変動幅が大きかったが、スペクトル形状は類似しており、550 nm での光強度を基準に、比率を求めた結果を散乱

日射のスペクトル $c(\theta, \lambda)/\sin\theta$ として図12に示した。図12には花石ら¹⁶⁾による直達日射の光強度比スペクトル集計値を併記している。

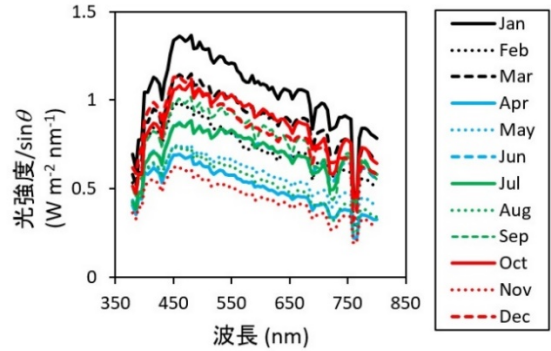


図11 散乱日射の各月の代表例の光強度スペクトル

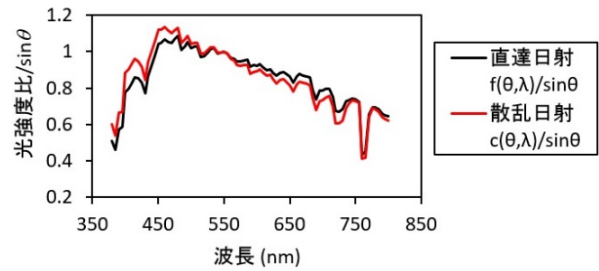


図12 比で表した直達および散乱日射の光強度スペクトル

表1 散乱日射のスペクトル推定に供した各月の代表例のデータ

月	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
DATE	1/10	2/10	3/27	4/27	5/19	6/25	7/23	8/27	9/11	10/3	11/12	12/24
TIME	13:30	15:00	8:00	14:30	11:30	10:00	11:00	11:20	12:20	11:20	11:30	10:30
全天日射強度 (W m ²)	260	156	184	242	383	465	470	279	403	423	150	243
太陽高度(度)	20.1	17.4	26.9	41.7	66.7	62.2	65.7	57	50.1	43.2	29.3	22

5.2 散乱日射の太陽光高度および方位角依存性

図13に太陽高度の正弦と散乱日射強度との関係を集計した結果を示した。

図14にデータの頻度分布の三次元表示を示した。また、データ x' を二次式で集計した結果を図15に示した。

上記の集計から式(19)の μ の曲線の係数として、

$$a = -2.67 \times 10^{-5} (\text{度})^{-2}$$

$$b = 9.69 \times 10^{-3} (\text{度})^{-1}$$

$$c = 2.50 \times 10^{-1}$$

を得た。

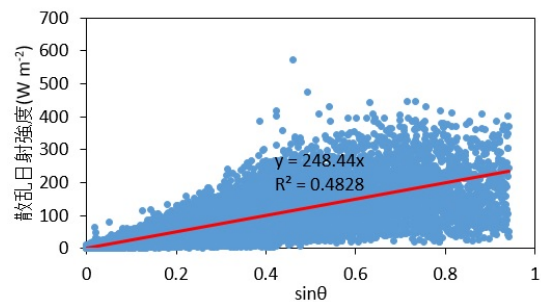


図13 太陽高度の正弦と散乱日射強度

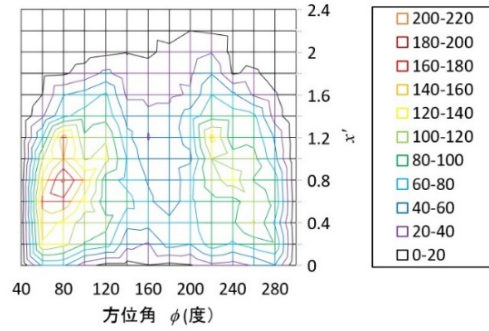


図 14 散乱日射強度を $\sin\theta$ で除した強度の相対値の頻度の、太陽方位角に対するプロット

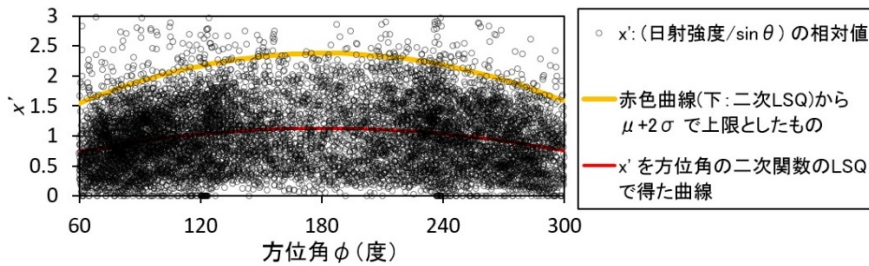


図 15 散乱日射強度を $\sin\theta$ で除した強度の相対値の、太陽方位角に関する二次式での回帰曲線

5.3 「木漏れ日」解析

図 16 に、2018 年 7 月 24 日 15:52 の観測結果と解析により決定したパラメータを用いて計算した「理論値」を示す。パラメータは表 2 に示した。

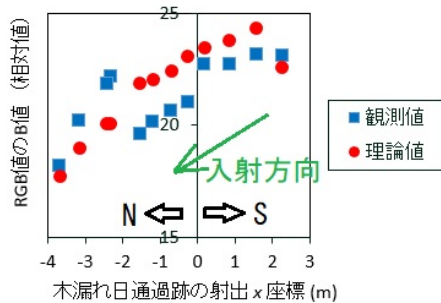


図 16 「木漏れ日」解析結果

表 2 「木漏れ日」解析により得たパラメータ

k	m^{-1}	0.0660
q	無次元	0.250
U	無次元	0.280

5.4 青池画像の呈色分布解析と呈色の再現

この解析では、まず湖面上に木の葉などが少なく、かつ晴れて日射が強い状況であった 2017 年 5 月 2 日 10:07 および 11:35 の画像を用いた。

図 17 に解析に供した画素を画像上に黄色で示した。表 3 に解析で得られたパラメータを示した。図 18 には RGB 観測値（線形 RGB 値に変換後）とその計算値の GB についての散布図を示した。

図 19 に、11:35 における基準化した青池画像とそ

のパラメータによるシミュレーション結果を示した。シミュレーションパラメータの決定はそれらを走査しながら画像のシミュレーションを行うことによった。計算条件を表 3(a)、(b) に記した。

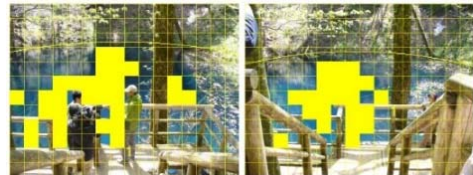


図 17 解析に供した青池画像の画素。左：10:07、右：11:35。黄色で塗りつぶした部分を使用。

5.5 5月2日の朝から夕方までの青池展望台からの眺望の経時変化のシミュレーション結果

以下、シミュレーションのパラメータは表 3(a)、(c) を用いた。図 20 に 5 月 2 日の直達日射条件での毎時正時の青池の展望台からの眺望のシミュレーション結果を示した。

5.6 一般的な青池画像のシミュレーション結果

図 21 に、5 月 2 日、5 月 26 日、7 月 24 日、7 月 25 日および 9 月 2 日の測定条件での青池の展望台からの眺望のシミュレーション結果を示した。

9 月 2 日だけは、その時期に湖面上に木の葉が多くなり光量が減るので、その日の青池画像から決定したパラメータ（表 3(a)、(d)）を用いた。

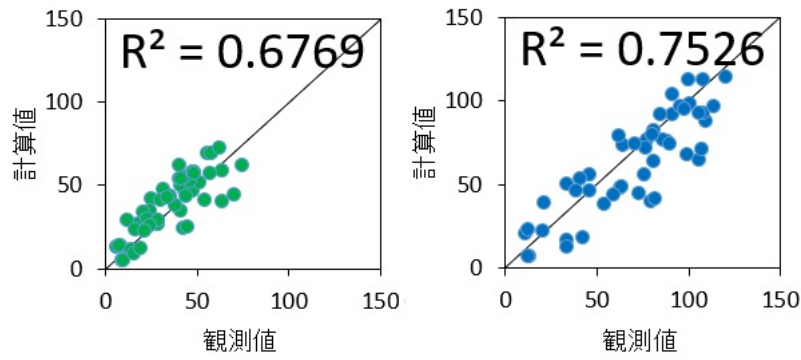


図 18 画素の色値の観測値と再現値（計算値）の比較。左：緑、右：青。

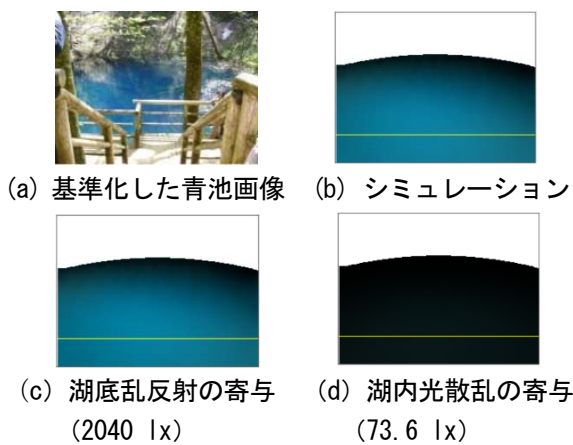


図 19 5月2日 11:35における基準化した青池画像とシミュレーション結果

5.7 「青池カラーチャート」の算出

図 22(a)~(e) に直達日射条件で最大水深 8.8m の、5月2日の青池画像をもとに決定したパラメータ（表 3(a), (c)）を用いて描画した青池カラーチャートを示した。図 22(f), (g) は最大水深を変えて計算した。また、図 22(h) は同条件で、湖面上方に木の葉が多く、湖面への日射が弱い条件であった9月2日の青池画像をもとに決定したパラメータ（表 3(a), (d)）を用いて描画した青池カラーチャートを示した。図 22(i)~(k) は散乱日射の場合のパラメータ（表 3(a), (c)）を用いて描画した青池カラーチャートを示した。

5.8 湖面平均照度の暦日・時刻依存性のシミュレーション

図 23 に、直達日射条件下の展望台からの眺望での湖面平均照度の二次元グラフを示した。縦軸に暦日、横軸に時刻を配した。なお、湖面平均照度は、式 (23) の右辺を、湖面の面積区間で和を取り、次

元を [照度] に取って算出した。

6. 考察

6.1 「木漏れ日」画像の解析

図 16 に示したように、解析結果としての RGB の B 値再現が達成され、パラメータを決定できた。これらのうち、散乱強度因子 k は、後段の計算でも、他のパラメータと同時に走査し決定したが、同じ桁で算定された。この因子は、湖水中のわずかな懸濁物質の濃度に関係すると考えられたが、青池において調査した範囲で同じ規模であったと推定できた。

6.2 青池画像の呈色分布解析と呈色の再現

図 18 から、最適化に用いた GB 値について、決定係数は 0.65 以上であり、計算による最適化が良好になされたと判断した。

5月2日 11:35 の青池画像のシミュレーション結果を示した図 19 から、青池の呈色については、湖内光散乱の寄与は無視でき、湖底における乱反射だけが寄与していると判断した。このことは、筆者らが提唱¹⁴⁾ し、支持する測定結果を得た¹⁶⁾ 仮説が正しいことを示すと考えられた。

なお、表 2 および表 3 のパラメータの中で、式 (12) で定義された $Reffac$ が、表 2 で計算される値と表 3 に示されている値とで大きく異なった。

表 3(b) は、「木漏れ日」条件ではなく、青池に日射が全面的に入射した場合の画像を再現するパラメータで、図 19 のとおり、結果として湖内光散乱の寄与は無視できるほど小さいという解析結果であった。この状況の原因は、仮に湖内散乱光が存在しても、湖底乱反射光のほうが強く、画像撮影という観測にかかわらず、 $Reffac > 600$ という解析結果に反映されたからと考えられた。

6.3 5月2日の青池呈色のシミュレーションと湖面平均照度

図 20 から、午前中に照度のピークがあり、12 時以降にそれが減少に転じることがシミュレーション結果として示された。これは図 23 の湖面平均照度のチャートでも明らかになった。

6.4 一般的な青池画像のシミュレーション

図 21 から、直達日射（晴れ）および散乱日射（曇り）条件で、感度補正³³⁾後の青池画像をシミュレーション結果は定性的にはあるが、良好に説明した。

6.5 青池カラーチャート

「青池カラーチャート」は、暦日と時刻によって呈色が示されるという特色がある。よって、陸水としての青池の、水辺の景観を示すグラフという重要性があると考えられる。

図 22(a)~(e) に示したとおり、直達日射の場合の青池カラーチャートは、観測方位により違いが認められた。差異が明瞭なのは、青色が明るい時間帯が午前か午後かの違いであった。四方位からの展望を展望台（北北西、 $\eta = 60.5^\circ$ ）からの展望と比較した結果、展望台は、午前に明るく午後に暗く見える位置に存在することが分かった。

図 22(f), (g) のとおり、最大水深を現実の 8.8 m から 5 m へ浅くすると青色呈色が午前に明るくなり、また水深が 15 m へ深くなると青色呈色が濃くなり、さらに暗い日時が多いという結果であった。

以上から、天然の条件である最大水深 $d = 8.8$ m ということが、青池が明る過ぎず暗過ぎずの青色を呈する上で主要因であることが示された。

図 22(i)~(k) には散乱日射条件の結果を表した。この場合の青池カラーチャートは、概ね正午の縦線に関して対称であり、特に日射の照度が高い場合には鮮明な青色を与えた。

6.6 湖面平均照度の暦日・時刻依存性のシミュレーション

図 23 に示した湖面平均照度の二次元グラフでは、夏至の前後の 4 月から 8 月の午前中が明るい色を示すことが分かった。夏至の頃が鞍部になっている

が、その程度は小さく、4 月から 8 月を同じ程度に指し示すといえた。

7. 結語

青池に、水以外に着色要因が存在しないと仮定し、その可視領域の吸光係数および湖盆形態を模した回転放物面の湖底での乱反射モデルおよび湖内での散乱モデルを用いた呈色計算方法を確立した。

シミュレーションにおいて、青池画像を再現するパラメータを選択する過程で、湖内の散乱光の寄与は、湖底における乱反射の寄与に比べて無視できることを見出した。このことは、既報⁷⁾の青池の透明度・最大水深に符合すると考えられた。

この方法により直達および散乱日射条件における湖面画像をシミュレーションしたところ、湖面上で不均一な色調・明暗を伴い、青色呈色が再現された。

また暦日と時刻に関して青池の呈色が分かる二次元グラフ「青池カラーチャート」を描画した。これにより、直達日射条件では、仮定した観測方位により呈色が変わり、最大水深が現実よりも浅い場合と深い場合とで呈色が異なる結果が得られた。散乱日射条件では、「青池カラーチャート」は直達日射の場合と異なるが、鮮明な青色を与えた。

さらに湖面平均照度の二次元プロットにより、直達日射条件における湖面の明るさが午前中に極大を取ることが示された。

本研究により、著者らが提唱¹⁴⁾し、支持する結果を得ていた¹⁶⁾、青池が青い理由は、水が赤色光吸収をする性質が際立つからという仮説は、今回のシミュレーションの成功により実証されたと考えられた。

結論として、青池の青色呈色の本質は水による光吸収であり、それが際立つ条件として、青池が以下の三点を特徴としているからと考える：

- 1) 水系の源泉地であり、その湖水は懸濁物や着色性の溶質が希薄であること。
- 2) 湖底が灰白色の「十二湖凝灰岩」であると考えられ、光を効率的に反射すると考えられること。
- 3) 最大水深が、青色として明る過ぎず暗過ぎずの色調・明暗を与える深さであること。

表3 シミュレーションで得たパラメータ

(a) 共通パラメータ

r (青池を模した回転放物面の半径)	m	15.6
w (湖岸から観測点までの水平方向距離)	m	0.4
d (青池の最大水深)	m	8.8
h (観測点の高さ)	m	7.2
ξ (崖の高さ)	m	10
δ (崖の傾斜角)	度	60
散乱日射の場合の全天考慮の角度増分	度	40
$\Delta\lambda$ (波長積分の増分)	nm	5

(b) 式 (13)、(14) のパラメータ

β_0	lx^{-1}	1.86×10^{-2}
σ	m	3.62
k	m^{-1}	0.0251
q	無次元	0.25
$Reffac(= q/U)$	無次元	>600
$\Delta\psi$ (湖底点走査の角度増分)	度	40
Δt (湖底点走査の助変数増分)	無次元	0.2
Δz (散乱点走査の鉛直方向増分)	m	0.5

(c) 式 (16)、(20) のパラメータ

β_0	lx^{-1}	2.12×10^{-2}
σ	m	3.62
k	m^{-1}	0.0316
q	無次元	0.25
$\Delta\psi$ (湖底点走査の角度増分)	度	40
Δt (湖底点走査の助変数増分)	無次元	0.2

(d) 9月2日の青池画像を再現する式 (16)、(20) のパラメータ

β_0	lx^{-1}	2.17×10^{-2}
σ	m	5.88
k	m^{-1}	0.143
q	無次元	0.25
$\Delta\psi$ (湖底点走査の角度増分)	度	40
Δt (湖底点走査の助変数増分)	無次元	0.2

図20 5月2日における各時刻(毎正時)の青池画像の変化のシミュレーション結果(数値は湖面平均照度)

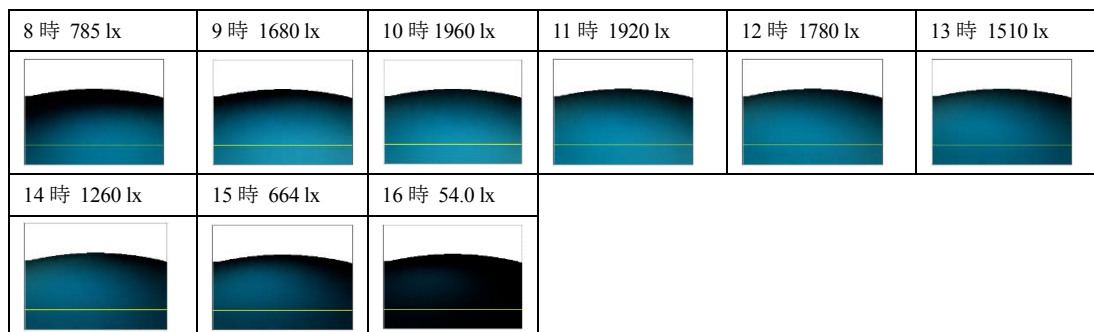





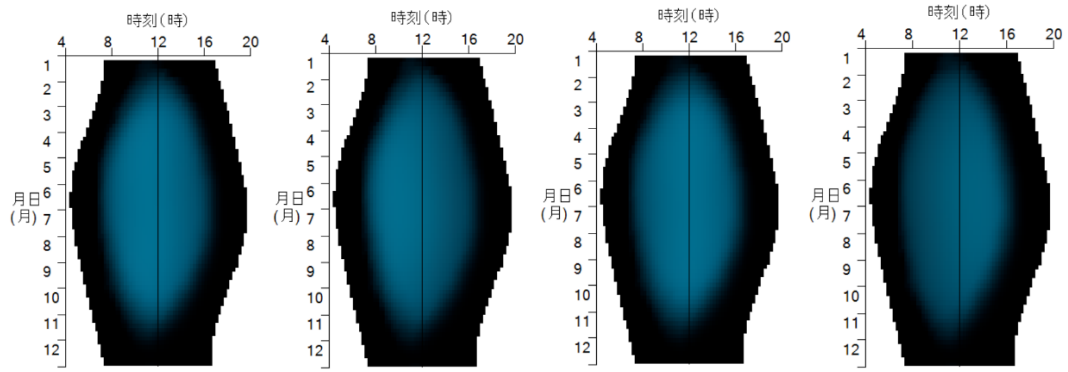
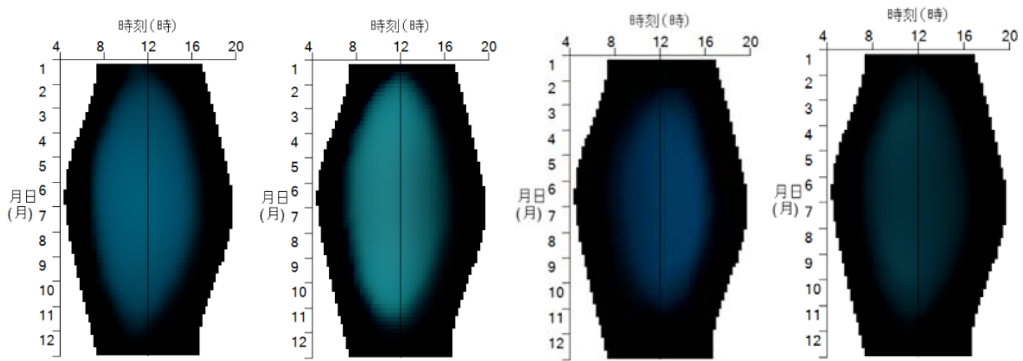


図 21 青池画像、感度補正後画像およびそのシミュレーション結果と条件

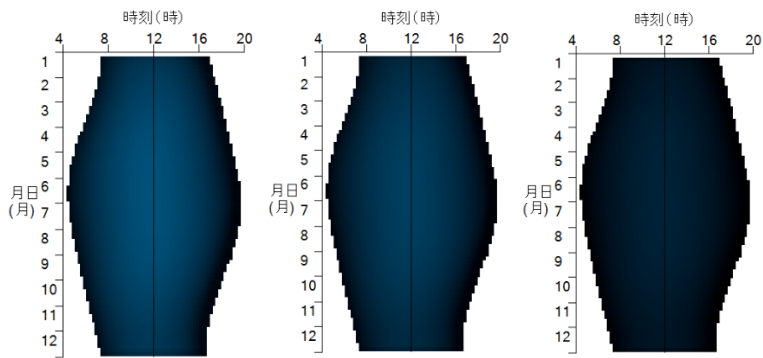
日時	原画像	感度補正後	シミュレーション	露出時間 ISO 感度	天候	日射強度 (lx)	湖面平均 照度 (lx)
2017/05/02 10:07				1/80 s ISO80	晴れ	推定 100000	1970
2017/05/02 11:35				1/100 s ISO100	晴れ	推定 100000	1850
2018/05/26 12:06				1/30 s ISO100	晴れ	推定 100000	1670
2018/07/24 12:24				1/25 s ISO100	曇り	34500	1000
2018/07/24 13:57				1/8 s ISO100	曇り	28500	830
2018/07/24 14:56				1/8 s ISO100	曇り	22400	653
2018/07/25 9:15				1/8 s ISO100	曇り	17200	501
2018/07/25 10:54				1/13 s ISO100	曇り	23100	673
2018/09/02 10:58				1/10 s ISO100	晴れ	124000	486
2018/09/02 13:22				1/30 s ISO100	晴れ	111000	289



(a) 展望台方位から (b) 西から (c) 北から (d) 東から



(e) 南から (f) $d=5\text{ m}$ (g) $d=15\text{ m}$ (h) 光が弱いとき



(i) 散乱日射 50000 lx (j) 30000 lx (k) 10000 lx

図 22 青池カラーチャート

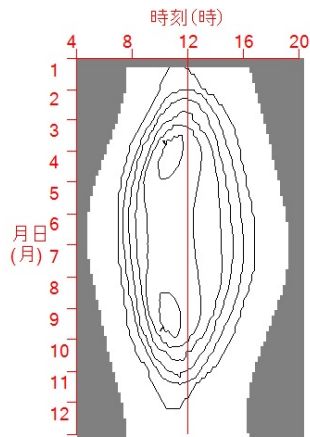


図 23 直達日射時の湖面平均照度の暦日・時刻依存性 (等高線間隔は 400 lx に相当)

文 献

- 1) Kirk, J. T. O.: Light and Photosynthesis in Aquatic Ecosystems, 3rd ed., Cambridge University Press, UK, 2010.
- 2) Jerlov, N. G.: Marine Optics. Elsevier, Netherlands, 1976.
- 3) Smith, R. C. et al.: Optical Properties of Clear Natural Water. *J. Opt. Soc. Amer.*, **57**, 589-595, 1967
- 4) Smith, R. C. et al.: Optical Properties and Color of Lake Tahoe and Crater Lake. *J. Limnology and Oceanography*, **18**, 189-199, 1973.
- 5) 青森県西津軽郡深浦町役場観光ウェブサイト
<http://www.town.fukaura.lg.jp/lake12hp/firstP.html> (2018年12月現在アクセス可能)
- 6) 塘 忠頭 編, 高貝慶隆: 裏磐梯五色沼湖沼群の青色色彩とナノコロイド粒子との関わり. 裏磐梯・猪苗代地域の環境学, 福島民報社, 福島, 2016.
- 7) 三上 一, 他: 青森県の湖沼 (I). 青森県環境保健センター研究報告, **3**, 50-59, 1992.
- 8) 吉村信吉, 他: 津軽十二湖の湖盆形態 (上) 津軽十二湖研究(1). 地理学評論, **10**, 968-989, 1934.
- 9) 吉村信吉: 津軽十二湖の水溫、透明度(2) 津軽十二湖研究(2). 地理学評論, **11**, 437-454, 1935.
- 10) 松谷善三, 他: 津軽十二湖越口ノ池湖群湖水の溶存化学成分. 日本水産学会誌, **11**, 5-15, 1942.
- 11) 工藤精一, 他: 津軽十二湖の水質の現状. 青森県公害調査事務所所報, **8**, 78-83, 1986.
- 12) 對馬康夫, 他: 津軽十二湖湖沼群の水質化学特性, *Jpn. J. Limnol.*, **56**, 9-18, 1995.
- 13) 高松信樹, 他: 津軽十二湖青池の呈色機構に関する一考察. 日本陸水学会 要旨集, **73**, 284-284, 2008.
- 14) 花石竜治, 他: 十二湖青池の呈色機構に関する研究 (第一報). 青森県環境保健センター年報, **27**, 36-52, 2016.
- 15) 花石竜治, 他: 十二湖青池の呈色機構に関する研究 (第二報): 試作した吸収スペクトル測定装置のハードおよびソフトウェア. 青森県環境保健センター年報, **28**, 51-55, 2017.
- 16) 花石竜治, 他: 十二湖青池の呈色機構に関する研究 (第三報): 光測定結果の解析について. 青森県環境保健センター年報, **28**, 56-62, 2017.
- 17) 酒井軍治郎, 他: 十二湖周辺の利水調査報告書. 青森県企画部, 青森, 1962.
- 18) 青森県史編さん自然部会編: 青森県史自然編 地学. 青森県, 青森, 2001.
- 19) 青森県地学教育研究会編著: 青森の自然をたずねて 新訂版 日曜の地学-2. 築地書館, 東京, 2003.
- 20) Pope, R. M. et al.: Absorption spectrum (380-700 nm) of pure water. II. Integrating cavity measurements. *Applied Optics*, **36**, 8710-8723, 1997.
- 21) 谷田貝豊彦: 光学. 朝倉書店, 東京, 2017.
- 22) 鶴田匡夫: 応用光学 I 応用物理工学選書 1. 培風館, 東京, 1990.
- 23) 山口一郎: 応用光学 応用物理学シリーズ, 応用物理学会編. オーム社, 東京, 1998.
- 24) 長谷川能三: ベクトル表記による光の反射・屈折の法則. 大阪市立科学館研究報告, **26**, 31-34, 2016.
- 25) NEDO 新エネルギー・産業技術総合開発機構: 日射に関するデータベース, 2015.
<http://www.nedo.go.jp/library/nissharyou.html> (2018年12月時点)
- 26) 大田 登: 色彩工学 第2版. 東京電機大学出版局, 東京, 2001.
- 27) JIS Z8701:1999 色の表示方法—XYZ 表色系及び X₁₀Y₁₀Z₁₀ 表色系.
- 28) JIS X9204:2000 高精細カラーデジタル標準画像 (XYZ/SCID).
- 29) 榎根 勇: 水文学 自然地理学講座 3. 大明堂, 東京, 1980.
- 30) 近藤純正: 水環境の気象学—地表面の水収支・熱収支—. 朝倉書店, 東京, 1994.
- 31) 田中丸治哉, 他: 地域環境水文学 シリーズ地域環境工学. 朝倉書店, 東京, 2016.
- 32) 久米 篤, 他監訳: 生物環境物理学の基礎 第2版 (原著: Gaylon, S. C. et al.: “An Introduction to Environmental Biophysics”, 2nd ed., 1997), 森北出版, 東京, 2003.
- 33) 上谷芳昭: ビデオ測色法とその応用. *J. Illum. Engng. Inst. Jpn.*, **88**, 479-483, 2001.
- 34) 赤坂 裕, 木村健一 編: 気象データとその利用 建築環境学 1. 丸善, 東京, 1992.

<付録> 青池のデジタルカメラ画像からの湖面各点の座標の取得およびその逆

花石竜治

透視図では、円を斜め上から見ると楕円に見え、その楕円を得るための幾何学はすでに構築されている（パースの円問題）。

ここでは、デジタルカメラ画像に写っている青池画像から対応する湖面上の平面座標を得る方法を開発したので報告する。

まず、青池の観測点（高さ h 、青池湖岸からの動径方向の距離 w ）から青池を展望し、その画像を撮影することを考える。このとき、湖岸の最遠点および展望台の先端が写ることになる。画像上のピクセルに対応して、これらがそれぞれ、 ZZ_2 、 ZZ_1 のピクセル位置と仮定する。

これから行うことは、上記の二つのピクセル位置の情報を用いて、湖面上の画像上のピクセル位置からその湖面上の平面座標値を求めることである。以下、 r は青池湖面の半径、 h' は展望台の高さである。

画像上の位置 ZZ_1, ZZ_2 について、これらの透視された後の座標を z_1', z_2' とする。また透視の写像前の段階の座標を y_1', y_2' とする。すなわち、透視前後の座標関係で、 (y, z) 平面上の点 $Z_1'(y_1', z_1')$ と点 $Z_2'(y_2', z_2')$ を考える。

次に点 Z_1' と点 Z_2' を通る直線 $Z_1'Z_2'$ に直交し、点 $Q(q, 0)$ を通る直線を考える。観測点 $H(-r+w, h)$ と点 Q を通る直線 HQ は

$$z = -\frac{h}{r+w+q}(y-q)$$

で表される。この式で表される直線の傾きの逆数に -1 を乗じた数が、直線 $Z_1'Z_2'$ の傾き $slope1$ であり

$$slope1 = \frac{r+w+q}{h}$$

とおく。

さて、点 Z_1' と点 Z_2' については、それぞれ、

観測点 H とを通る直線（それぞれ、直線 HZ_1' および直線 HZ_2' とする。）の方程式を決定できる。

直線 HZ_1' は、展望台の高さ h' とから幾何学で導かれる座標 $(X, 0)$ について、

$$X = \frac{w}{h-h'}h - (r+w)$$

が成り立ち、直線の表式は

$$z = -\frac{h}{X+r+w}(y-X) \quad \dots(A1)$$

同様に、直線 HZ_2' は、最奥部の座標 $(r, 0)$ から

$$z = -\frac{h}{2r+w}(y-r) \quad \dots(A2)$$

点 $Q(q, 0)$ を通り、傾きが $-1/slope1$ である直線上の点を $M(y_m, z_m)$ とする。

直線 HZ_1' および直線 HZ_2' と、点 $M(y_m, z_m)$ を通り傾きが $slope1$ である直線との交点を、それぞれ点 $Z_1(y_1, z_1)$ 、 $Z_2(y_2, z_2)$ として、これらの座標の表式を求める。ここで、

$$slope1 = \frac{z_2 - z_1}{y_2 - y_1} \quad \dots(A3)$$

である。

傾きが $slope1$ で、点 $M(y_m, z_m)$ を通る直線は

$$z = slope1 \cdot (y - y_m) + z_m$$

傾きの顕わな表式を代入して

$$z = \frac{r+w+q}{h}(y-y_m) + z_m \quad \dots(A4)$$

Z_1, Z_2 の座標はそれぞれ式 (A1), (A2) を満たし (A4) も同時に満たすから、点 Z_1 の z 座標について

$$-\frac{h}{X+r+w}(y_1-X) = \frac{r+w+q}{h}(y_1-y_m) + z_m$$

上式を y_1 について解くと

$$y_1 = \frac{-z_m + y_m \frac{r+w+q}{h} + \frac{Xh}{X+r+w}}{\frac{h}{X+r+w} + \frac{r+w+q}{h}}$$

見通しをよくするため、次の変換を行う。

$$Z = \frac{r+w+q}{h}$$

$$E = \frac{Xh}{X+r+w}$$

$$F = \frac{h}{X+r+w}$$

$$G = -(r+w)$$

これらにより、

$$y_1 = \frac{-z_m + y_m Z + E}{F + Z} \quad \dots(A5)$$

よって、

$$\begin{aligned} z_1 &= -F \left(\frac{-z_m + y_m Z + E}{F + Z} - X \right) \\ &= -F \frac{-z_m + y_m Z + E}{F + Z} + E \end{aligned} \quad \dots(A6)$$

同様にして

$$-\frac{h}{2r+w}(y_2-r) = \frac{r+w+q}{h}(y_2-y_m) + z_m$$

を y_2 について解くと

$$y_2 = \frac{-z_m + y_m \frac{r+w+q}{h} + \frac{rh}{2r+w}}{\frac{h}{2r+w} + \frac{r+w+q}{h}}$$

これに

$$C = \frac{rh}{2r+w}$$

$$D = \frac{h}{2r+w}$$

を用いると

$$y_2 = \frac{-z_m + y_m Z + C}{D + Z} \quad \dots(A7)$$

よって

$$z_2 = -D \frac{-z_m + y_m Z + C}{D + Z} + C \quad \dots(A8)$$

さて、点 M は直線 HQ 上の点であり、式 (A4) に座標値を代入し、 y_m について解くと

$$\begin{aligned} y_m &= \frac{h}{r+w+q} z_m + q \\ &= \frac{z_m}{Z} + q \end{aligned}$$

よって式 (A5)、(A6)、(A7)、(A8) は

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{qZ + E}{F + Z} \\ y_2 &= \frac{qZ + C}{D + Z} \\ z_1 &= -F \frac{qZ + E}{F + Z} + E \\ z_2 &= -D \frac{qZ + C}{D + Z} + C \end{aligned}$$

さらに $q = Zh + G$ と置き換えて

$$y1 = \frac{Z(Zh + G) + E}{F + Z} \quad \dots(A11)$$

$$y2 = \frac{Z(Zh + G) + C}{D + Z}$$

$$z1 = -F \frac{Z(Zh + G) + E}{F + Z} + E$$

$$z2 = -D \frac{Z(Zh + G) + C}{D + Z} + C$$

…(A9)

次に、z 座標 z1, z2 から画像のピクセル座標系への線形変換を考える。式 (A9) から

z1 に関して：

$$\left(-F \frac{Z(Zh + G) + E}{F + Z} + E \right) A + B = ZZ1$$

z2 に関して：

$$\left(-D \frac{Z(Zh + G) + C}{D + Z} + C \right) A + B = ZZ2 \quad \dots(A10)$$

ここで、H を画像の縦座標の高さピクセル数として

$$B = \frac{H}{2}$$

である。

式 (A10) を A について解き、等しいとおくと

$$\frac{ZZ1 - B}{-F \frac{Z(Zh + G) + E}{F + Z} + E} = \frac{ZZ2 - B}{-D \frac{Z(Zh + G) + C}{D + Z} + C}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(ZZ1 - B)(F + Z)}{-F\{Z(Zh + G) + E\} + E(F + Z)} \\ & = \frac{(ZZ2 - B)(D + Z)}{-D\{Z(Zh + G) + C\} + C(D + Z)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (ZZ1 - B)(F + Z)[-D\{Z(Zh + G) + C\} \\ & \quad + C(D + Z)] \\ & \quad - (ZZ2 - B)(D \\ & \quad + Z)[-F\{Z(Zh + G) + E\} \\ & \quad + E(F + Z)] = 0 \end{aligned}$$

これは Z について二次方程式となる。

2 次係数：F · ZZ2 · h - D · ZZ1 · h - BFh + BDh

1 次係数：

$$\begin{aligned} & DF \cdot ZZ2 \cdot h - DF \cdot ZZ1h + FG \cdot ZZ2 - E \cdot ZZ2 \\ & \quad - DG \cdot ZZ1 + C \cdot ZZ1 - BFG \\ & \quad + BDG + BE - BC \end{aligned}$$

0 次係数：DFG · ZZ2 - DE · ZZ2 - DFG · ZZ1 + CF · ZZ1 - BCF + BDE

二次方程式 (A11) から解の公式により数値的に Z を求め、式 (A12) を用いて、画像へ写像するパラメータ A を算出する：

$$A = \frac{ZZ2 - B}{-D \frac{Z(Zh + G) + C}{D + Z} + C}$$

…(A12)

さらに、式 (A9) により y1, y2, z1, z2 を求めて、式 (A3) から slope1 を求める。

画像上のピクセル座標が与えられた場合に、これから円内の座標を返す関数について考察する。

いま画像上のピクセル座標 (X0, Y0) が与えられた場合、次なる zq が画像への写像前にこれまで検討してきた z1, z2 と同じ次元の変数を与える：

$$zq = \frac{Y0 - B}{A}$$

…(A13)

この座標値 zq に対応する、傾き slope1 の直線上で与える y 座標 yq は次を満たす。

$$zq = slope1(yq - y1) + z1 \quad \dots(A14)$$

よって

$$yq = \frac{zq - z1}{slope1} + y1$$

この点 (yq, zq) と観測点 H(-(r + w), h) = (G, h) を通る直線が z = 0 となる y 座標 q が

求める y 座標である。その直線は

$$z - h = \frac{h - z_q}{G - y_q}(y - G)$$

と表される。上式に $y = q, z = 0$ を代入して整理すると

$$-h = \frac{h - z_q}{G - y_q}(q - G)$$

よって

$$q = -h \frac{G - y_q}{h - z_q} + G$$

これが求める円内の y 座標である。

x 座標については、画像上の座標 X_0 から、次なる写像前の x_q を計算し、画像への写像が等 y 面への射影によることから、 y 座標に依存した変換となり、平面内の比例関係から、求める x 座標 p は、画像の幅の二分の一を X_{mid} とすると、

$$x_q = \frac{X_0 - X_{mid}}{A}$$

$$p = x_q \frac{q + r + w}{y_q + r + w}$$

となる。

次に、「画像上ピクセル座標から、円内座標への変換」の逆を行えば、円内座標から画像上座標へ

の変換が可能である。

まず、二次方程式 (A11) を解き、また、式 (A12) から A を求める。次に数値的に y_1, y_2, z_1, z_2 を求め、これらにより式 (A3) から $slope1$ を求める。

y 座標 q から式 (A15) により y_q を求め、以後、式 (A14)、(A16) を用いて z_q, Y_0 と計算していく。

$$y_q = \frac{(q - G)(h - z_1 + slope1 \cdot y_1) + hG}{h + (q - G) \cdot slope1} \quad \dots(A15)$$

$$Y_0 = Az_q + B \quad \dots(A16)$$

x 座標についても、同時に使用する q および y 座標についての計算で y_q を求め、

$$x_q = p + \frac{(y_q - q)p}{q + r + w}$$

から、係数 A を用いて画像上の座標を算出する。

$$X_0 = Ax_q + X_{mid}$$

以上により、青池のデジタルカメラ画像から湖面上における座標の取得およびその逆を得るための数式を整備した。

Coloration mechanism of Aoike Pond in Lake Juniko (fourth report): Simulation of blue coloration

Ryuji Hanaishi, Naoto Osaka ¹, Kazuhisa Augustine Chikita ²

The authors report methods of simulation of blue coloration of Aoike Pond in Lake Juniko and the results. Calculating based on an assumption that scattering light in the pond and irregularly reflected light from the bottom of the pond were present without coloring factors other than water, the contribution of scattered light could be ignored compared to that of irregularly reflected light, and the simulations were carried out under the direct and scattering solar radiation conditions, thus the blue coloration of the lake surface was successfully reproduced together with color tone, light and dark inhomogeneity on the pond surface. In addition, we proposed "Aoike color chart" showing coloration with respect to the annual calendar date and time at the fixed point of the pond surface, and examined the influence of the difference of the observation orientation and maximum water depth assumed on blue coloration. Finally, the authors showed that the lake surface average illuminance would reach its maximum in the morning under direct solar radiation conditions.

Key words: Simulation, Aoike Pond, Coloration, Absorption of light, Aoike color chart

1 Aomori Prefectural Nuclear Power Safety Center

2 Laboratory of Physical Hydrology, Department of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Hokkaido University